CAPES 2017

Thème : suites

L'exercice

On souhaite placer un capital de 1 000 € sur un compte rémunéré. On propose deux types de placement :

— placement U : rémunération à intérêts simples au taux annuel de 2 %.

— placement V : rémunération à intérêts composés au taux annuel de 1,5 %.

1 – Pour chacun des placements, déterminer le capital au bout de 1 an, puis de 2 ans.

2 – Pour chacun des placements, combien d'années faut-il pour que le capital double ?

3 – Quel est le meilleur de ces deux placements ?

Les réponses de deux élèves de terminale STMG à la question 2

Élève 1

	A	*B*
40	1 800	1 814,02
41	1 820	1 841,23
42	1 840	1 868,85
43	1 860	1 896,88
44	1 880	1 925,33
45	1 900	1 954,21
46	1 920	1 983,53
47	1 940	2 013,28
48	1 960	2 043,48
49	1 980	2 074,13
50	2 000	2 105,24
51	2 020	2 136,82
52	2 040	2 168,87

On se rend compte que le capital double au bout de 50 *ans avec le placement U et* 47 *ans avec le placement V*.

Élève 2

$$1\,000 + 20 \times 50 = 2\,000 \textit{ et } 1\,000 \times 1{,}015^{47} \approx 2\,013.$$

Le capital double au bout de 50 *ans avec le premier et* 47 *avec le deuxième.*

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez la production de chaque élève selon les six compétences de l'activité mathématique.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale STMG.

3 – Proposez trois exercices sur le thème *suites* dont un au moins au niveau terminale S. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

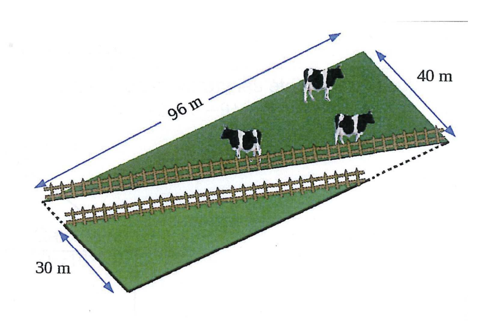
CAPES 2017

Thème : géométrie plane

L'exercice

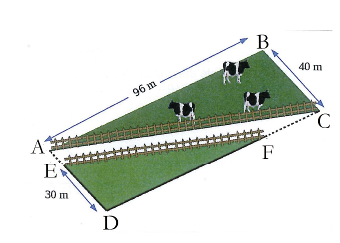
Pour créer une déviation, un terrain rectangulaire est traversé par une route rectiligne, toujours de même largeur, comme l'indique la figure. Le propriétaire du terrain doit réaliser deux clôtures, une de chaque côté de la nouvelle route.

Quelle est la longueur totale de ces deux clôtures ?
On expliquera sa démarche.



Les réponses de deux élèves de cycle 4

Élève 1



Le triangle ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 96^2 + 40^2 = 10\,816$
donc $AC = \sqrt{10\,816} = 104$ m. *La longueur de la clôture ABC est* 104 m.
Le triangle EDF est rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore, $EF^2 = ED^2 + DF^2 = 30^2 + 86^2 = 8\,296$
donc $EF = \sqrt{8\,296} = 91$ m. *La longueur de la clôture EDF est* 91 m.

La longueur totale des deux clôtures est 195 m.

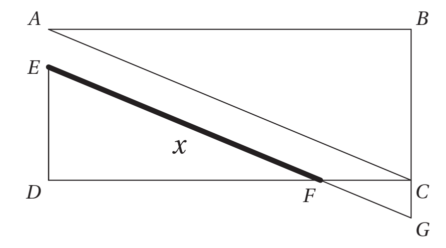
Élève 2

J'applique le théorème de Pythagore au triangle ABC rectangle en B :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 96^2 + 40^2 = 10\,816$$

donc la longueur de la première clôture est $AC = \sqrt{10\,816} = 104$.

La longueur de la deuxième clôture est $EF = x$.
En prolongeant EF et BC, on obtient le point G et on a $EG = 104$.
Comme les triangles CGF et DEF forment une configuration de Thales papillon,
on a $\dfrac{104 - x}{x} = \dfrac{CG}{30} = \dfrac{CF}{96 - CF}$.



Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.

3 – Proposez deux exercices, l'un au niveau lycée, l'autre au niveau collège sur le thème *géométrie plane*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.



Thème : probabilités

L'exercice

Une expérience consiste à lancer deux fois un dé tétraédrique supposé équilibré.
À partir du couple (a, b) obtenu, formé d'entiers entre 1 et 4, on écrit l'équation (E) d'inconnue réelle x :

$$ax^2 + bx + 1 = 0.$$

Dans cette expérience, combien peut-on espérer de solutions en moyenne ?

Les réponses de deux élèves de première

Élève 1

Les couples d'entiers (a, b) *possibles sont :* $(1,1)$ *ou* $(1,2)$ *ou* $(1,3)$ *ou* $(1,4)$ *ou* $(2,2)$ *ou* $(2,3)$ *ou* $(2,4)$ *ou* $(3,3)$ *ou* $(3,4)$ *ou* $(4,4)$.
L'équation $ax^2 + bx + 1 = 0$ *a pour discriminant* $\Delta = b^2 - 4a$.
Parmi les couples possibles, Δ *est strictement négatif* 3 *fois sur* 10, Δ *est nul* 2 *fois sur* 10 *et* Δ *est strictement positif* 5 *fois sur* 10.
Le nombre moyen de solutions est donc égal à 1,2.

Élève 2

J'ai utilisé un tableur pour faire 100 lancers, avec la fonction ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 4).

	A	B	C	D	E	F	G
1	dé 1	dé 2	delta				
2	4	1	−15				
3	4	2	−12		0 solution	1 solution	2 solutions
4	4	2	−12		58	13	29
5	2	1	−7				
6	4	4	0				
7	3	3	−3				
8	2	3	1				

$\dfrac{1 \times 13 + 2 \times 29}{100} = 0{,}71.$
En moyenne, l'équation admet 0,71 *solution.*

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.

2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *probabilités* à des niveaux de classe différents. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : grandeurs et mesures

L'exercice

Un restaurateur propose en dessert des coupes de glace composées de 3 boules sphériques, de rayon 2,1 cm. Les pots de glace au chocolat ont la forme d'un pavé droit (de dimensions 12 cm, 20 cm et 15 cm) et sont tous pleins, tout comme les pots de glace à la vanille qui eux, sont cylindriques (de hauteur 15 cm et dont la base a pour diamètre 14 cm). Le restaurateur veut préparer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.

1 – Sachant que le restaurateur doit produire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

2 – Aura-t-il suffisamment de glace s'il veut augmenter sa production de coupes de 20% ?

Les réponses de deux élèves de cycle 4 à la question 1

Élève 1

1 – J'ai calculé le volume d'une boule de glace c'est environ 39 cm^3.
Le volume du pot de glace à la vanille est de 9 236 cm^3 *et celui du pot de chocolat* 3 600 cm^3.
$9\,236 \div 39 = 237$
$3\,600 \div 78 = 46$
Il doit acheter 237 *pots de vanille et* 46 *pots de chocolat.*
Mais j'ai dû me tromper car il ne devrait pas acheter autant de pots de vanille.

Élève 2

1 – J'appelle x le nombre de pots de vanille et y celui de pots de chocolat.
J'ai calculé le volume total de glace, c'est $2\,309x + 3\,600y$.
Une boule a pour volume 38,5 cm^3 *donc une coupe a pour volume de glace* $3 \times 38{,}5 = 115{,}5$.
Comme il faut 100 *coupes, je vais résoudre l'équation* $2\,309x + 3\,600y = 11\,550$.
J'ai testé différentes valeurs de x et y, avec $x = y = 2$ *on obtient* 11 818 *c'est le plus proche.*
Donc il faut 2 *pots de vanille et* 2 *pots de chocolat et il lui restera un peu de glace.*

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites, les compétences développées par chacun et leurs éventuelles erreurs.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.

3 – Proposez trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures* dont l'un au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

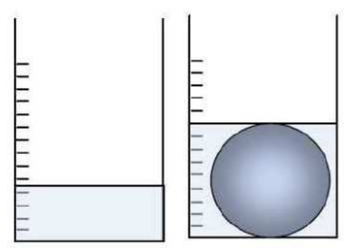


Thème : prise d'initiative

L'exercice

Un récipient cylindrique de rayon 20 cm contient de l'eau jusqu'à une hauteur de 10 cm.
« *C'est magique ! En y mettant cette bille, l'eau la recouvre exactement* », annonce le professeur de physique.

Cette situation est-elle possible ?



Les réponses de deux élèves de seconde

Élève 1

Je pose R le rayon de la sphère, le volume de départ est $4\,000\pi$ *et le volume avec la bille est* $800R\pi$.
Donc je trouve $\frac{4}{3}\pi R^3 + 4000\pi = 800R\pi$, *mais je ne sais pas comment faire après.*

Élève 2

Je pose x le rayon d'une bille avec $x > 0$.
Le volume d'eau dans le cylindre est $V(x) = 4\,000\pi + \frac{4}{3}\pi x^3$, *ça donne une hauteur* $h = \frac{V(x)}{400}\pi$.
J'ai tracé cette fonction et x sur ma calculatrice mais les fonctions ne se coupent pas, donc ce n'est pas possible.

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.

2 – En vous appuyant sur les productions d'élèves, présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.

3 – Proposez deux problèmes sur le thème *prise d'initative*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.